题目

**目标：**最小化加速度平方的积分

状态输入和系统方程：

协态变量 （数量与状态方程中的变量数相同）

定义哈密顿函数：

求解

根据庞特里亚金最小值原理可得协变量的微分方程：

解微分方程可得：

最优输入的求解：

即使得最小时的的取值，于是令 、、 可得

 （3）

由最优输入 可积分得到最优状态的表达式为：



由末状态 可得

其中 将矩阵求逆化简可得

 (4)

这里将末状态中的、、都视为0来简化计算，先考虑单轴的情况，根据上式，对于有：

(5)

其中

(6)

将（5）带入(6）中可得

（7）

将求得的最优输入===  代入 得：

（8）

将（7）带入（8）中 整理各项可得：

（9）

将（9）带入（8）中可得：

此时的目标函数 只与 有关，要对进行最小化，只需对 求导等于0

最终整理为下面所示的一元四次方程：

方程拓展为三维为:

 （10）

 （11）

求解（10）式中的一元四次方程可通过伴随矩阵的方法求解，方法如下：

对于多项式 ，其伴随矩阵为：

其中, 的特征值就是 的根。所以这里根据（10）所构造的伴随矩阵为

（12）

求解T的最小值只需求解矩阵（12）的特征值即可，求出T后带入（11）即可求出该条件下的最小代价。由上面的推导结果即可编写OptimalBVP函数的实现。

补全src中的代码后运行demo.launch，在RVIZ中设置好终点位置的坐标后，即可看到生成的轨迹，绿色轨迹为通过OptimalBVP函数选出的无碰撞且算出代价值最小的最优轨迹 ：

蓝色：普通轨迹（无碰撞但不是最优轨迹）。

绿色：最优轨迹（在积分的一小段内代价最小且无碰撞）。

红色：与障碍物碰撞的轨迹。

